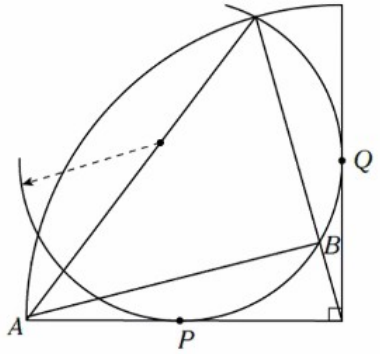
Grabando

CICLO REPASO UNI

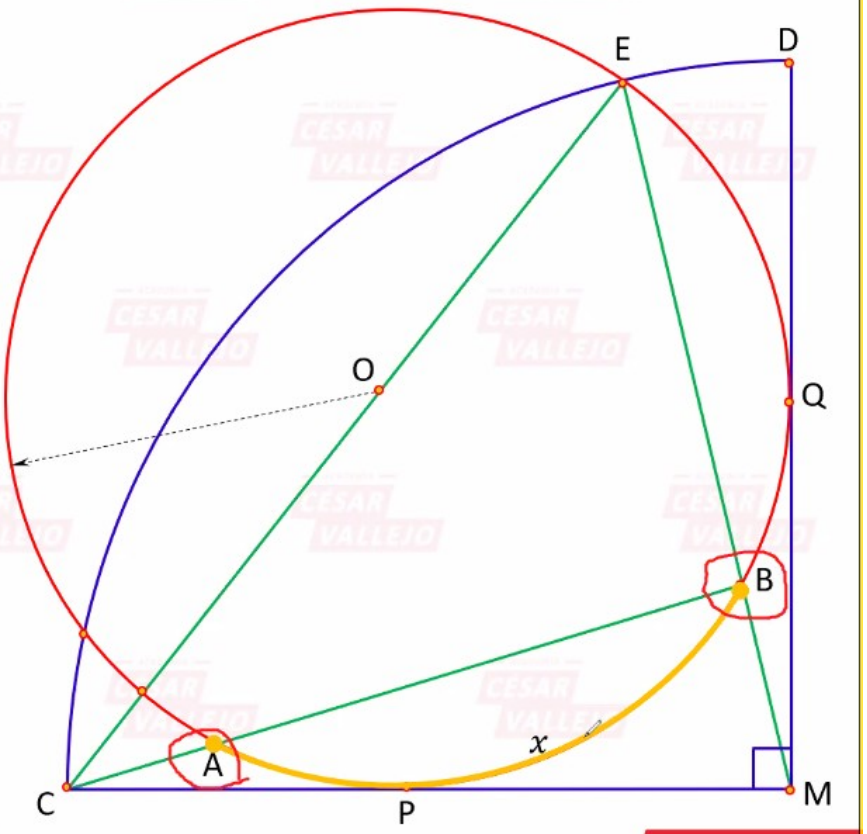
PROBLEMA 14

Según el gráfico, P y Q son puntos de tangencia. Calcule $m\widehat{AB}$.



A) 100° B) 120° C) 90°
D) 80° E) 75°

RESOLUCION



www.academiacesarvallejo.edu.pe
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

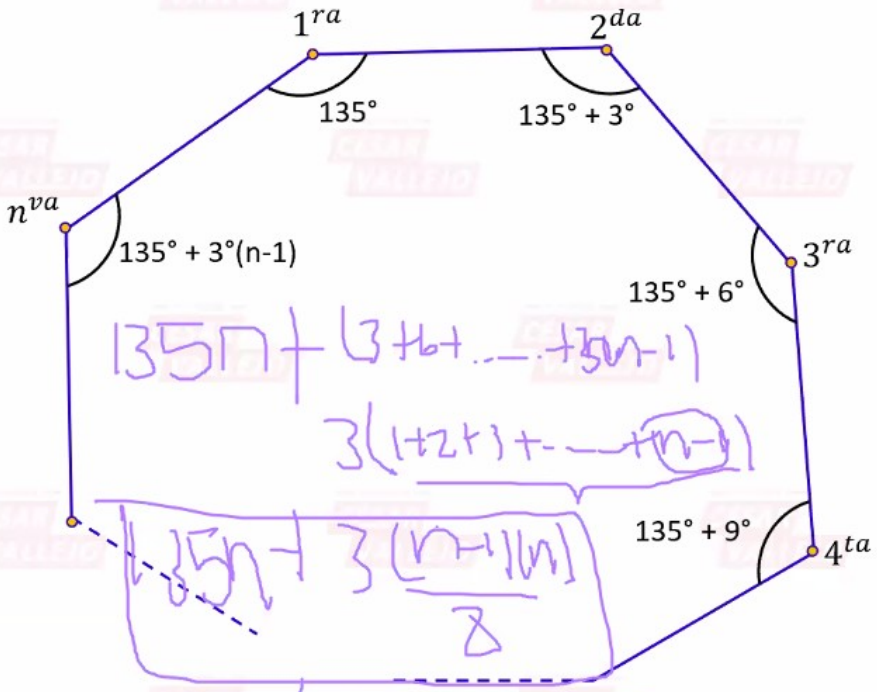
PROBLEMA 01

En un polígono convexo, la medida de los ángulos interiores están en progresión aritmética de razón 3° y el menor es de 135°. Calcule el número de lados de dicho polígono.

A) 15 B) 17 C) 18
D) 16 E) 20

RESOLUCION

Nos piden n. (n es el numero de lados del polígono)



- Tener en cuenta que la menor medida angular es 135° y va aumentando en razón de 3°.
- De acuerdo a la condición del ejercicio, damos forma la posición de cada vértice y la medida de ángulo interior asociado a dicho vértice

- Utilizamos la formula de la suma de ángulos internos de un polígono convexo

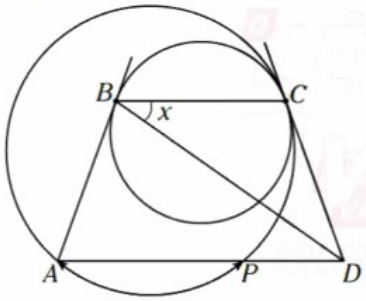
$$\frac{(135° + 135° + 3°(n-1))}{2} \cdot (n) = 180°.(n-2)$$

Grabando

CICLO REPASO UNI

PROBLEMA 02

En el gráfico, B y C son puntos de tangencia, $\overline{BC} // \overline{AD}$ y $BC = CD$. Si $m\widehat{AP} = 80°$, halle x.



A) 25° B) 30° C) 35°
D) 40° E) 45°

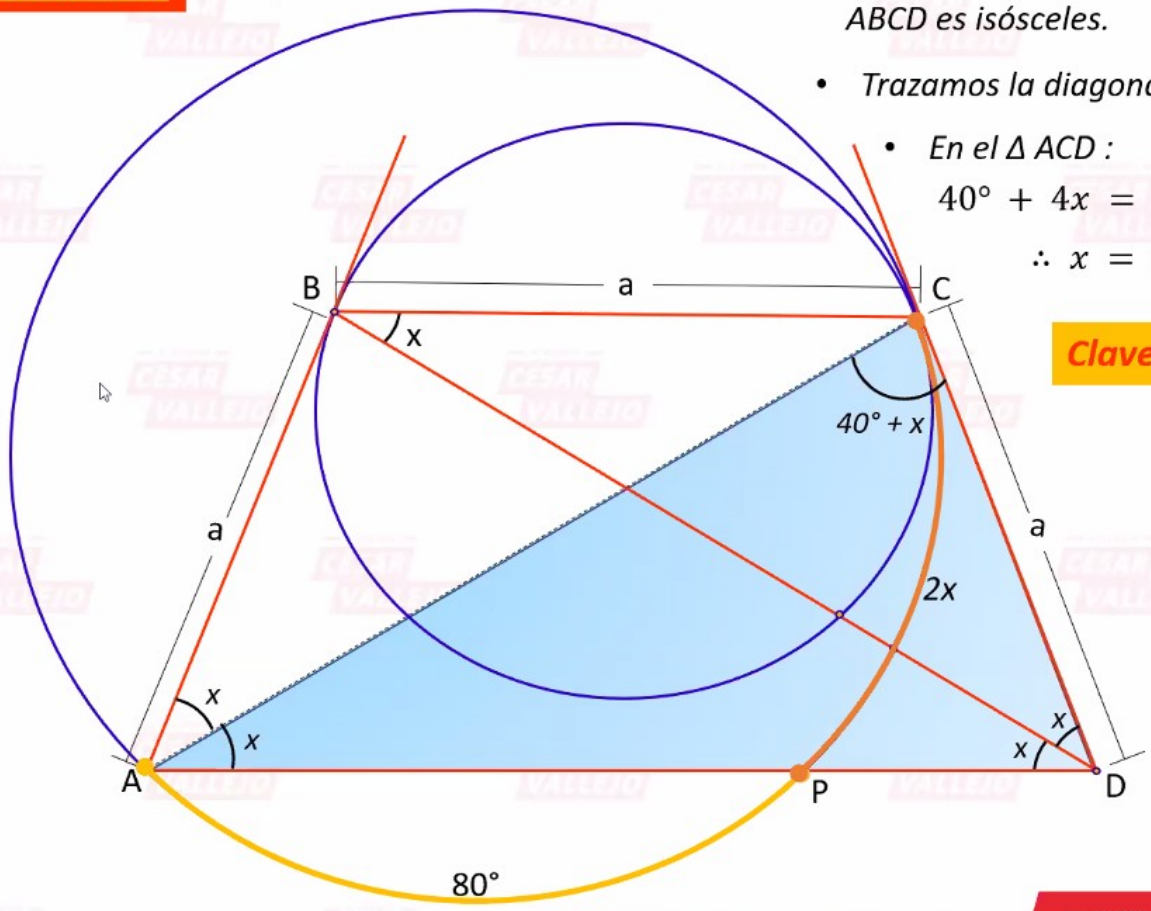
RESOLUCION

Nos piden x .

- *Se observa que el trapecio ABCD es isósceles.*
- *Trazamos la diagonal AC .*
- *En el Δ ACD :*

$$40° + 4x = 180°$$
$$\therefore x = 35°.$$

Clave C



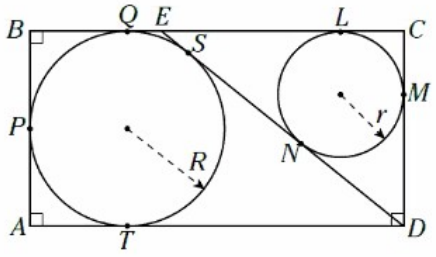
www.academiacesarvallejo.edu.pe
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

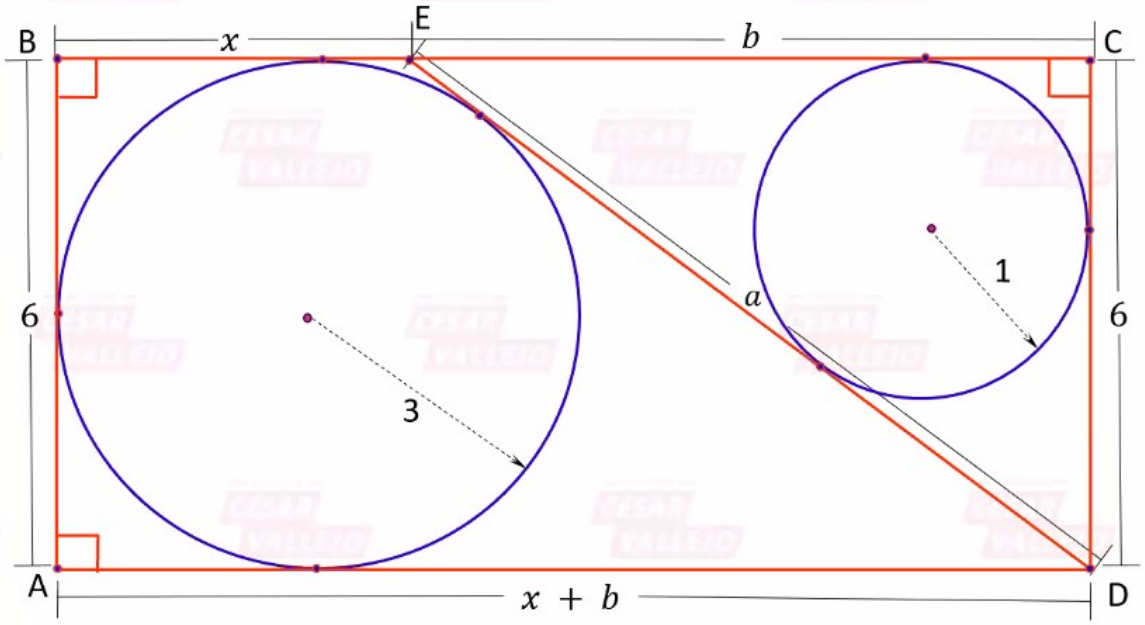
PROBLEMA 03

Según el gráfico, $r=1$, $R=3$, además, P, Q, S, T, L, M y N son puntos de tangencia. Calcule EB.



A) 5,5 B) 4,5 C) 3,5
D) 4 E) 5

RESOLUCION Nos piden EB = x .



- *En ▱ ABED , por el teorema de Pithot :*

$$6 + a = x + (x + b)$$

$$6 + a = 2x + b$$

- *En △ CDE , por el teorema de Poncelet :*

$$6 + b = a + 2(1) \ , \ 4 + b = a$$

- *Reemplazamos:*

$$6 + (4 + b) = 2x + b$$

$$\therefore x = 5$$

Clave E

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

PROBLEMA 04

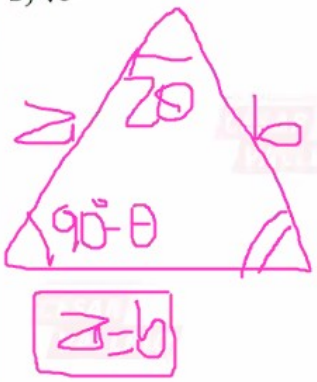
En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la ceviana interior $\overline{BD}$, tal que

$\frac{m\measuredangle C}{2} = \frac{m\measuredangle ABD}{3}$; $AD = BC$ y $AB = 3\sqrt{3}$

Calcule AC.

A) $3\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3

D) $\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{6}$



RESOLUCION

Nos piden AC = x .

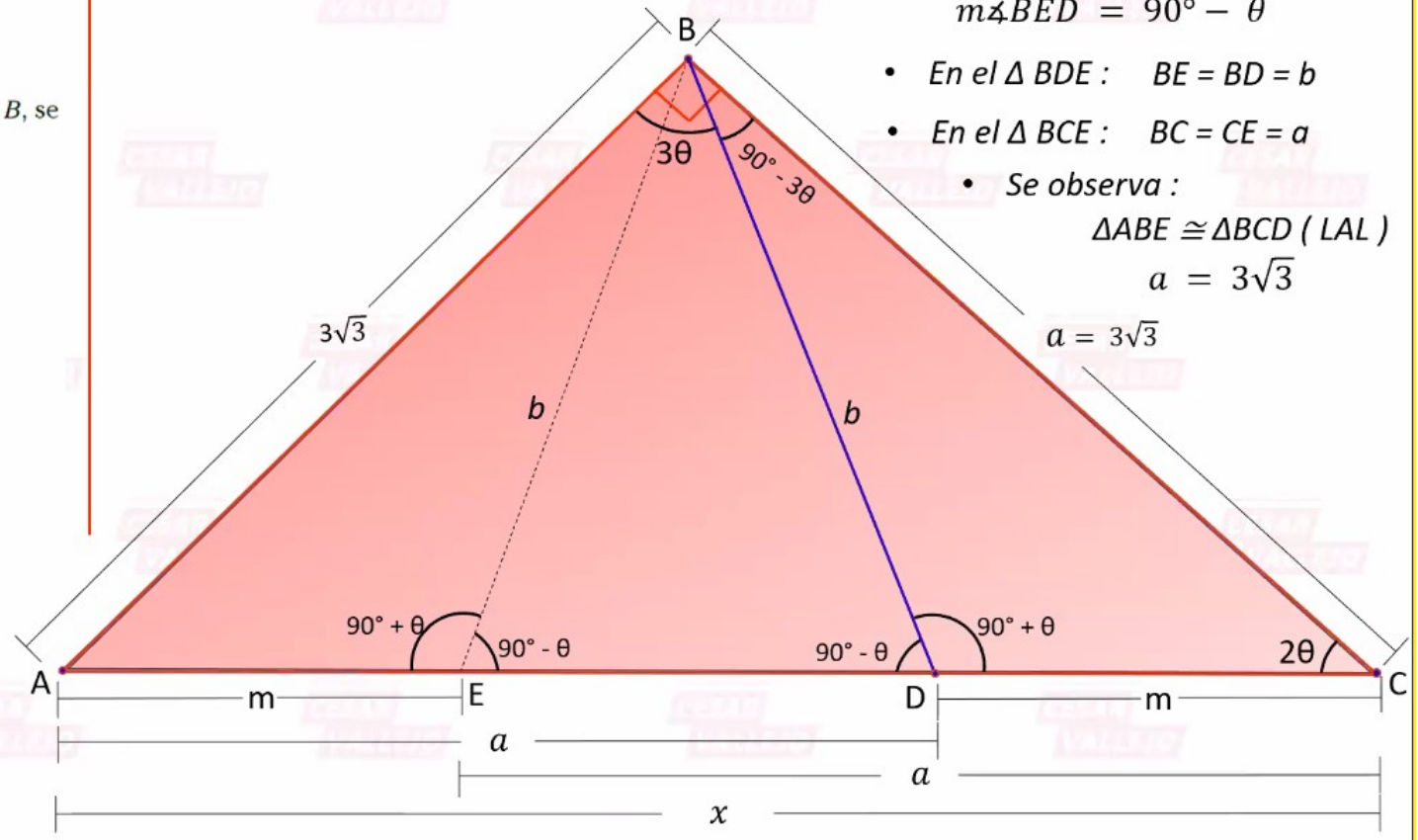
- Trazamos la ceviana BE, tal que :

$m\measuredangle BED = 90° - \theta$

- *En el Δ BDE :* $BE = BD = b$
- *En el Δ BCE :* $BC = CE = a$
- *Se observa :*

$\Delta ABE \cong \Delta BCD$ (LAL)

$a = 3\sqrt{3}$



- Finalmente , en el $\triangle ABC$:

$\therefore x = 3\sqrt{6}$

Clave A

www.academiacesarvallejo.edu.pe

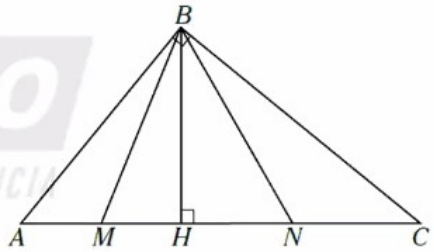
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

PROBLEMA 05

Según el gráfico $AB=5$, $BC=12$, $m\measuredangle AB-M=m\measuredangle MBH$ y $m\measuredangle HBN=m\measuredangle NBC$. Calcule MN.



A) 4
B) 3
C) 2
D) 5
E) 1

RESOLUCION

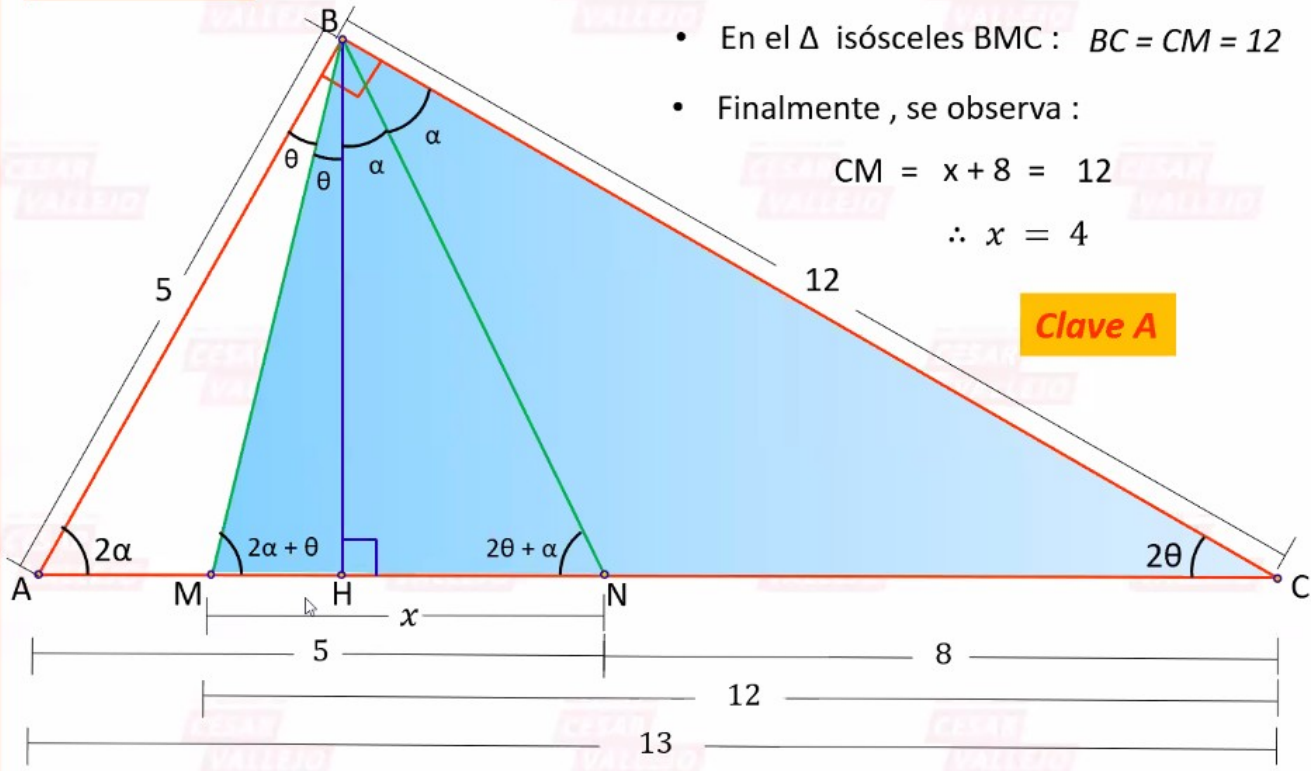
Nos piden MN = x

- En el Δ isósceles ABN : $AB = AN = 5$
- En el Δ isósceles BMC : $BC = CM = 12$
- Finalmente , se observa :

$$CM = x + 8 = 12$$

$$\therefore x = 4$$

Clave A



Grabando

CICLO REPASO UNI

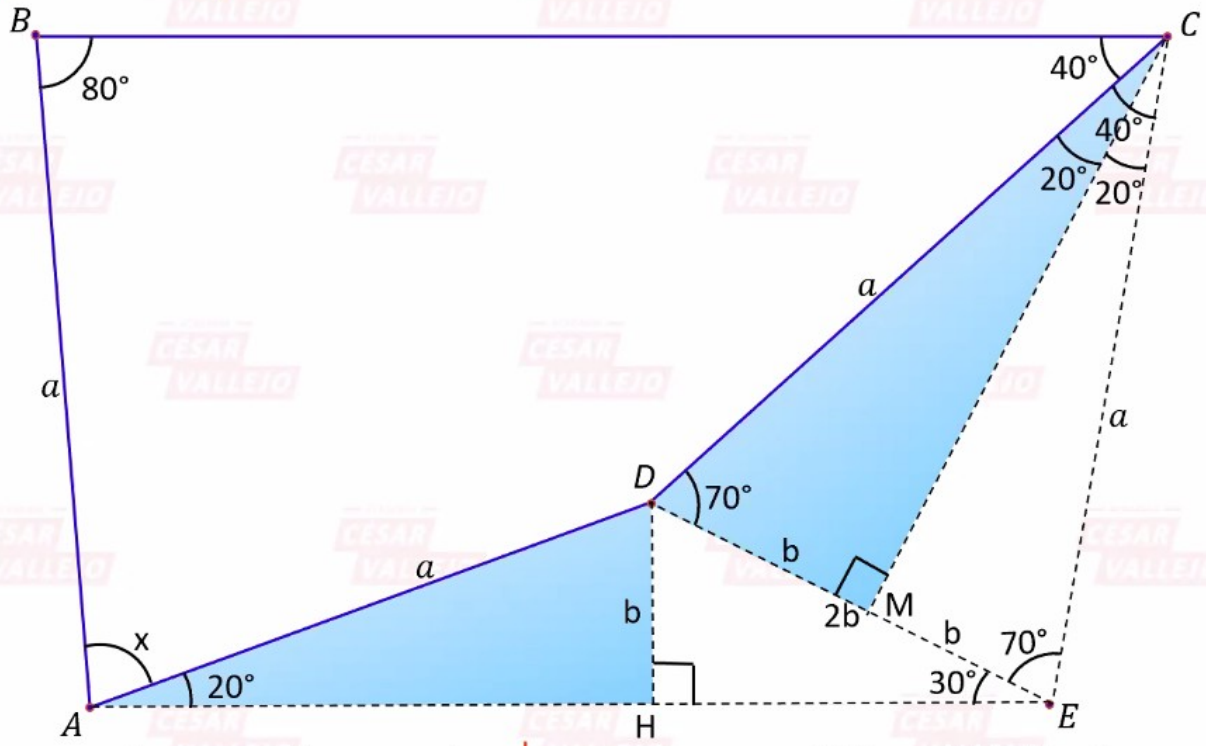
PROBLEMA 06

En un cuadrilátero convexo $ABCD$, $m\measuredangle B=80°$, $m\measuredangle C=40°$ y $AB=AD=CD$. Calcule la $m\measuredangle A$.

A) 40° B) 60° C) 70°
D) 80° E) 50°

RESOLUCION

Nos piden $m\measuredangle A = x$.



- Convenientemente, formamos el trapecio isósceles ABCE.
- Trazamos DH perpendicular a AE.
- En el $\triangle DHE$ notable de 30° y 60° : DH = b , DE = 2b
- Se observa : $\triangle ADH \cong \triangle CMD$ (H – C)
- Finalmente : $x + 20° = 100°$

$\therefore x = 80°$

Clave D

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

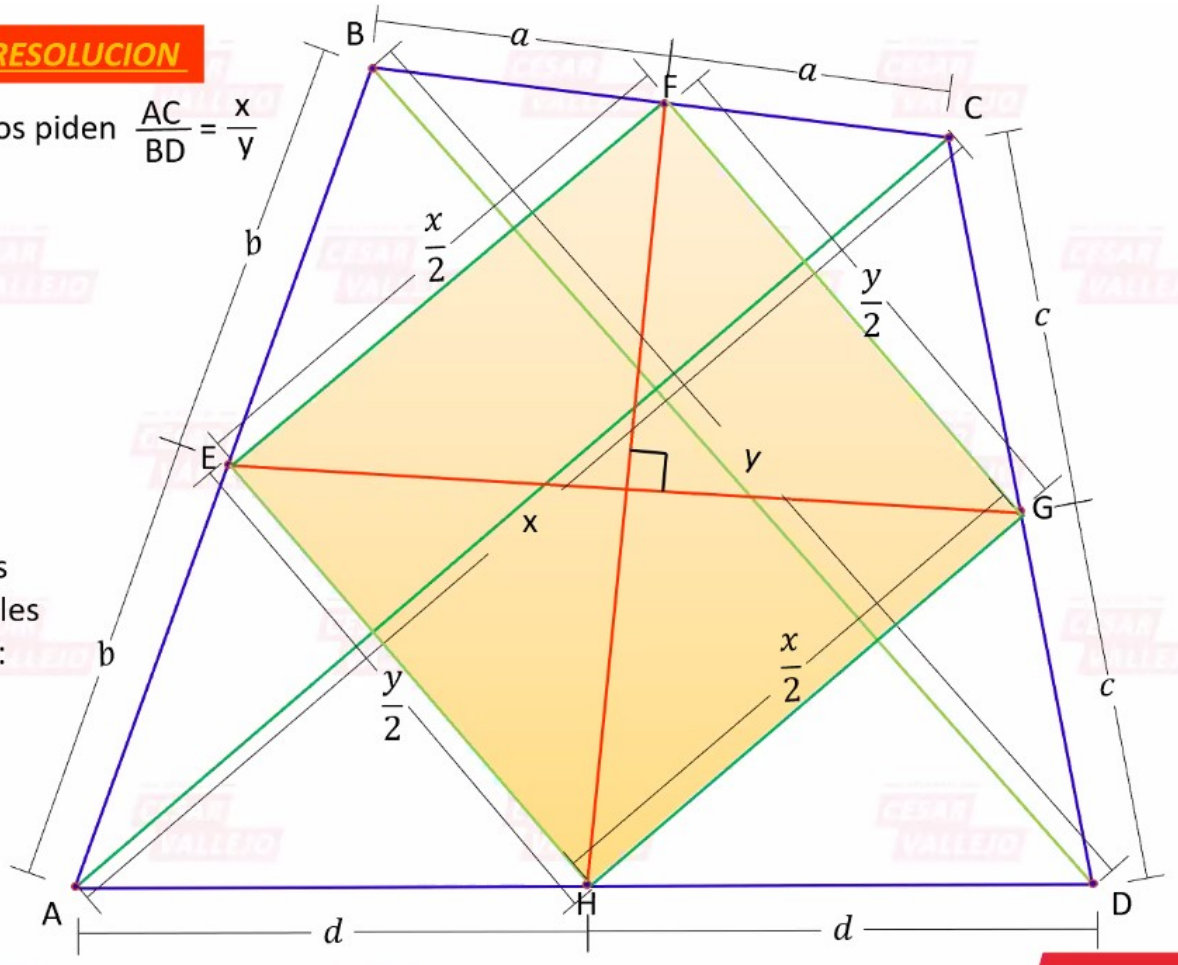
PROBLEMA 07

En un cuadrilátero $ABCD$, se ubican los puntos medios, E, F, G y H de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$, respectivamente. Si $\overline{EG} \perp \overline{FH}$, calcule $\frac{AC}{BD}$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 1,5

RESOLUCION

Nos piden $\frac{AC}{BD} = \frac{x}{y}$



- Se observa , que el cuadrilátero EFGH es un paralelogramo , además sus diagonales EG y FH son perpendiculares, entonces :

1 caso

Cuadrilátero EFGH es un rombo :

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{2}$$
$$\therefore x = y$$

2 caso

Cuadrilátero EFGH es un cuadrado

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{2}$$
$$\therefore x = y$$

Clave A

www.academiacesarvallejo.edu.pe
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

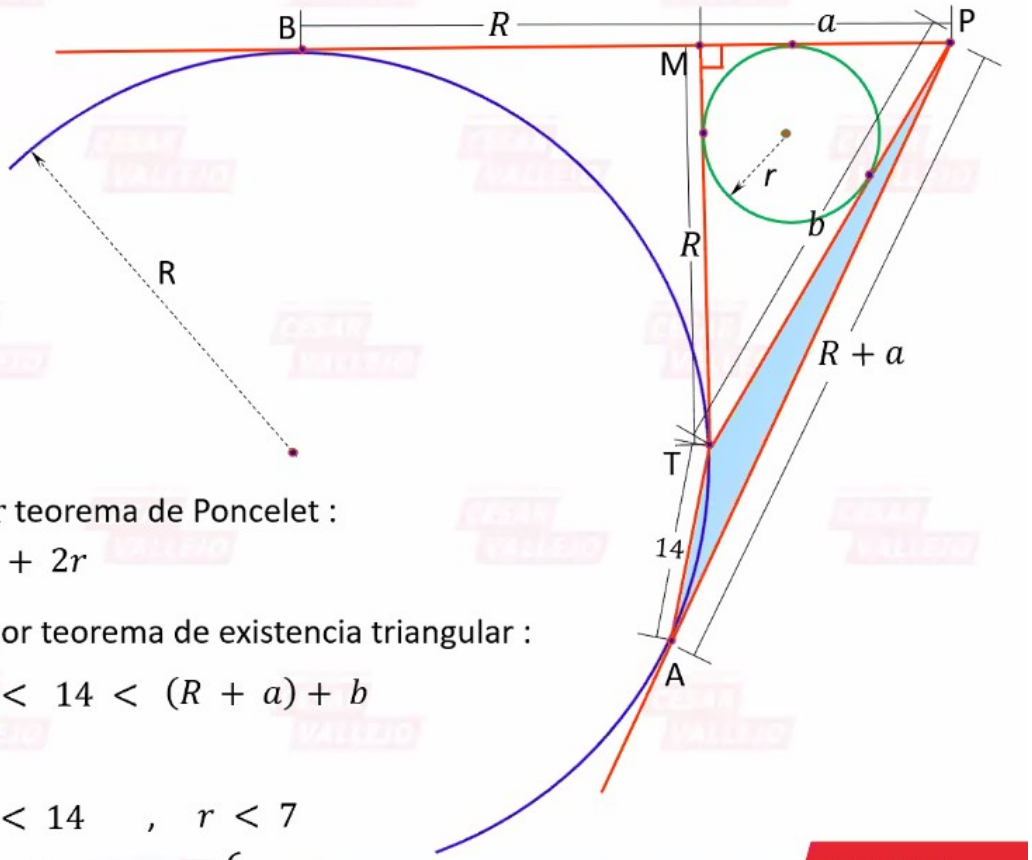
PROBLEMA 08

Desde un punto P exterior a una circunferencia se trazan las tangentes $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$, A y B son puntos de tangencia, luego trazamos $\overline{MT} \perp \overline{PB}$, $(M \in \overline{PB})$ y T es punto de tangencia. Si $AT = 14$ calcule el mayor valor entero del inradio del triángulo PTM.

A) 7 B) 6 C) 8
D) 6 E) 5

RESOLUCION

Nos piden $r_{mayor\ valor\ entero}$



- En $\triangle PMT$, por teorema de Poncelet :

$$R + a = b + 2r$$

- En el ΔAPT, por teorema de existencia triangular :

$$\underbrace{(R + a) - b}_{2r} < 14 < (R + a) + b$$

$$2r < 14 \quad , \quad r < 7$$

$$\therefore\ r_{mayor\ valor\ entero} = 6$$

Clave B

www.academiacesarvallejo.edu.pe

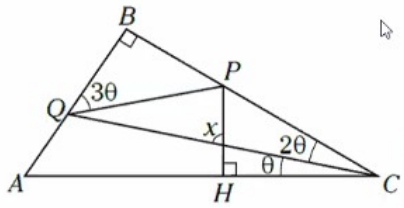
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

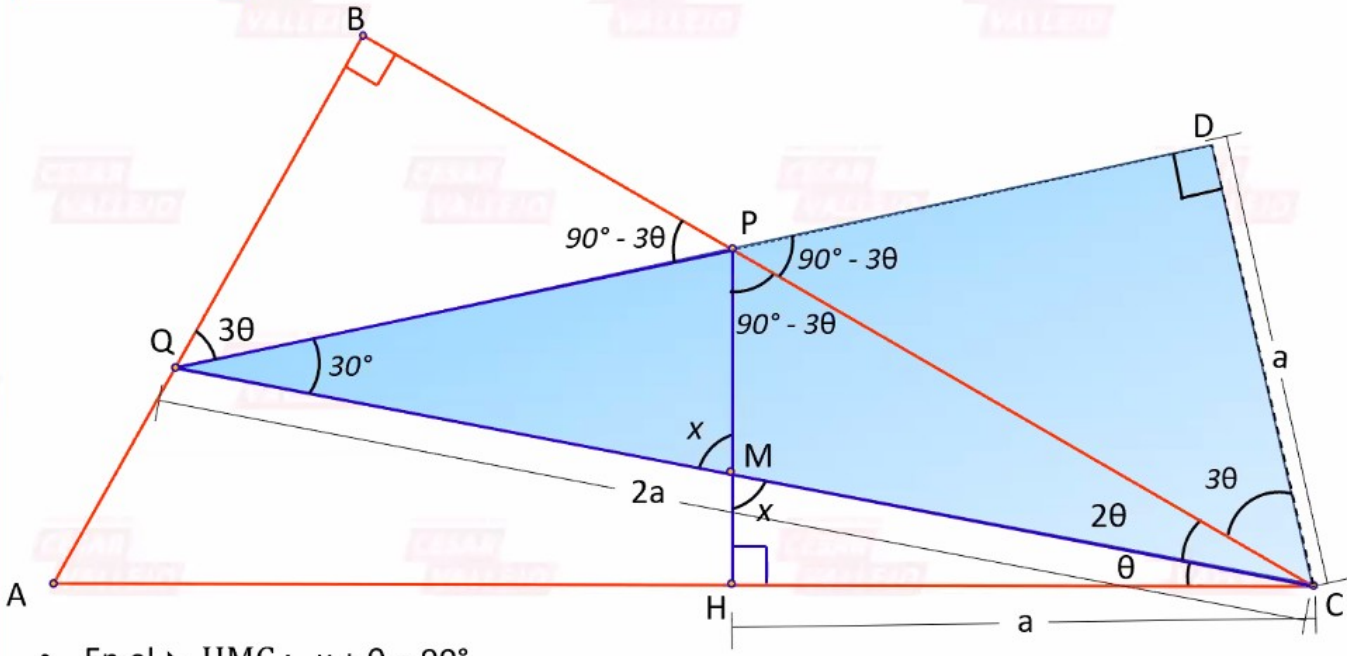
PROBLEMA 10

Según el gráfico, $QC=2(CH)$. Calcule x.



A) 78° B) 80° C) 75°
D) 72° E) 82°

RESOLUCION Nos piden x .



- En el ◺ HMC : x + θ = 90° .
- Se observa , PC es bisectriz : HC = CD = a.
- En el ◺CDQ notable de 30° y 60° : 5θ = 60° , θ = 12°.
- Finalmente, reemplazamos : $x + 12° = 90°$

$\therefore\ x = 78°$

Clave A

www.academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

PROBLEMA 11

En un triángulo ABC, la mediana $\overline{AM}$ y la altura $\overline{BH}$ se intersecan en E, en $\overline{BE}$ ubicamos su punto medio P, tal que $\overline{AM} \cap \overline{CP} = \{Q\}$, $m\measuredangle EBC = 30°$ y $AE = 3(EQ)$. Calcule $m\measuredangle BAM$.

A) 37° B) 30° C) 15°
D) 45° E) 60°

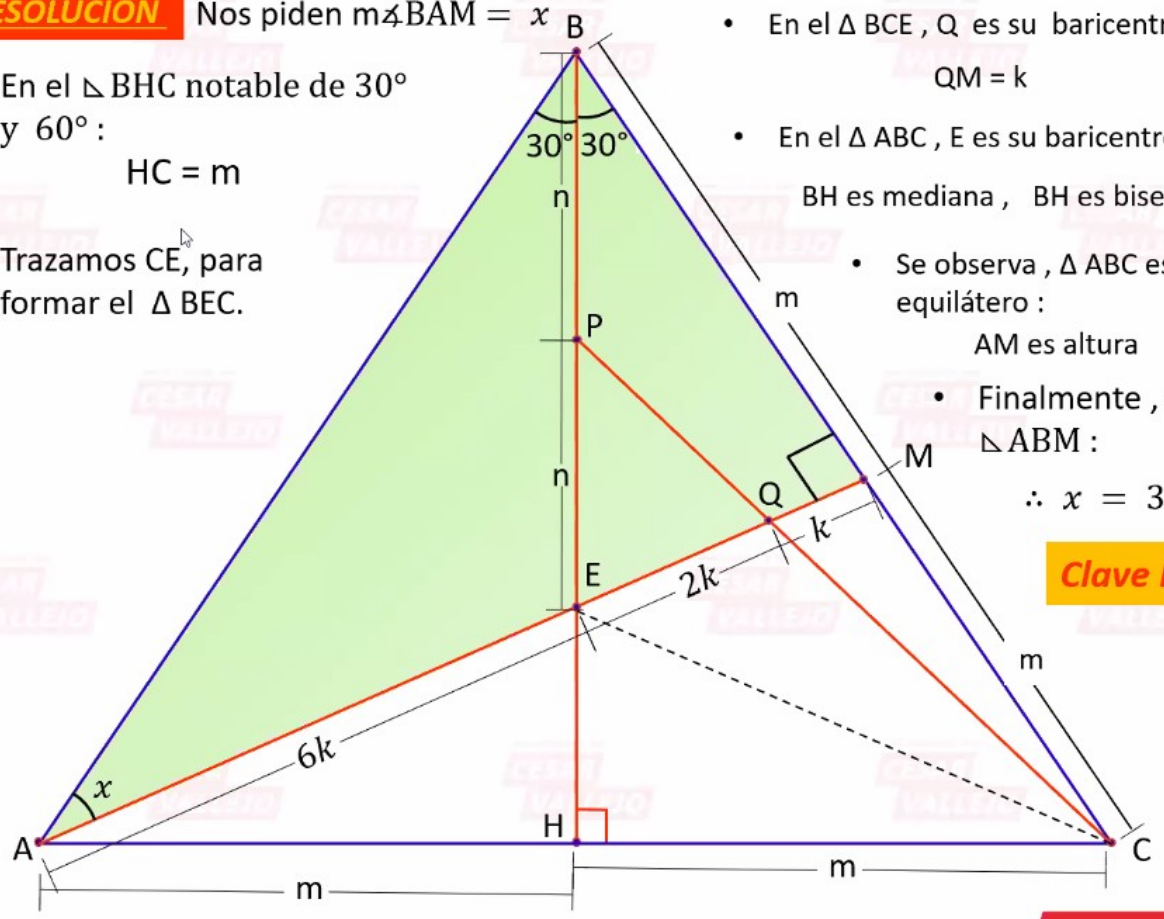
RESOLUCION

Nos piden $m\measuredangle BAM = x$

- En el $\triangle BHC$ notable de 30° y 60° :

  HC = m

- Trazamos CE, para formar el Δ BEC.



- En el Δ BCE , Q es su baricentro :

  QM = k

- En el Δ ABC , E es su baricentro :

  BH es mediana , BH es bisectriz.

- Se observa , Δ ABC es equilátero :

  AM es altura

- Finalmente , en el $\triangle ABM$:

  $\therefore x = 30°$

Clave B

www.academiacesarvallejo.edu.pe

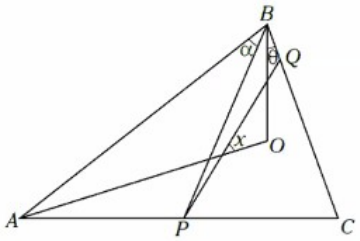
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

PROBLEMA 12

Según el gráfico O es el ortocentro del triángulo ABC y circuncentro del triángulo PQC. Si $\alpha+\theta=50°$, calcule x.



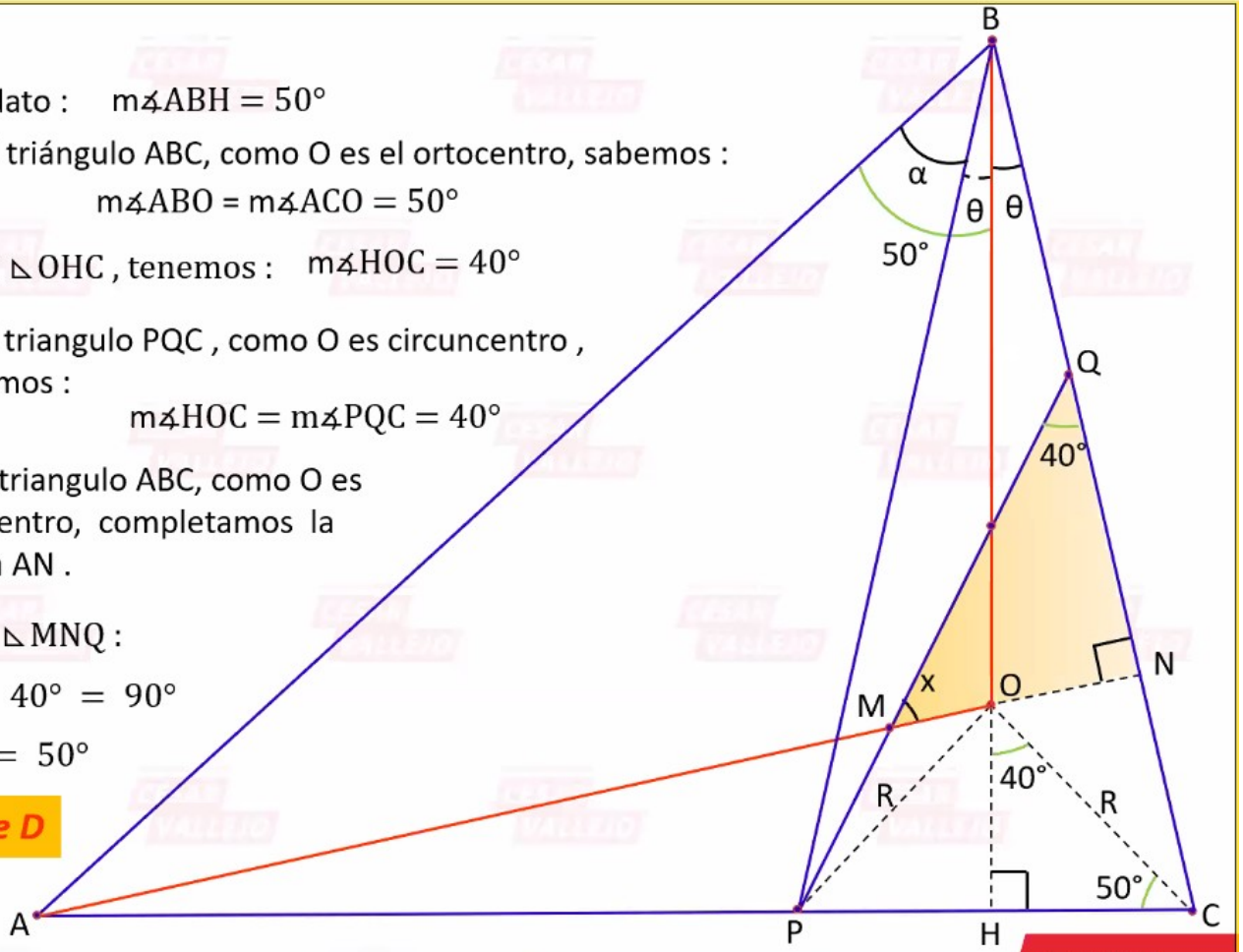
A) 40° B) 35° C) 45°
D) 50° E) 60°

- Por dato : $m\measuredangle ABH = 50°$
- En el triángulo ABC, como O es el ortocentro, sabemos :
  $m\measuredangle ABO = m\measuredangle ACO = 50°$
- En el $\triangle OHC$, tenemos : $m\measuredangle HOC = 40°$
- En el triangulo PQC , como O es circuncentro , sabemos :
  $m\measuredangle HOC = m\measuredangle PQC = 40°$
- En el triangulo ABC, como O es ortocentro, completamos la altura AN .
- En el $\triangle MNQ$:

$$x + 40° = 90°$$

$$\therefore\ x = 50°$$

Clave D



www.academiacesarvallejo.edu.pe
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

- Del grafico mostrado, vamos a demostrar que el cuadrilátero ABLT es inscriptible.
- Como son circunferencias tangentes interiores , sabemos que :

$$m\overset{\frown}{BE} = m\overset{\frown}{BPQ} = 2\theta$$

- Trazamos BT , para aprovechar los arcos :
- En la circunferencia menor , por ángulo inscrito :

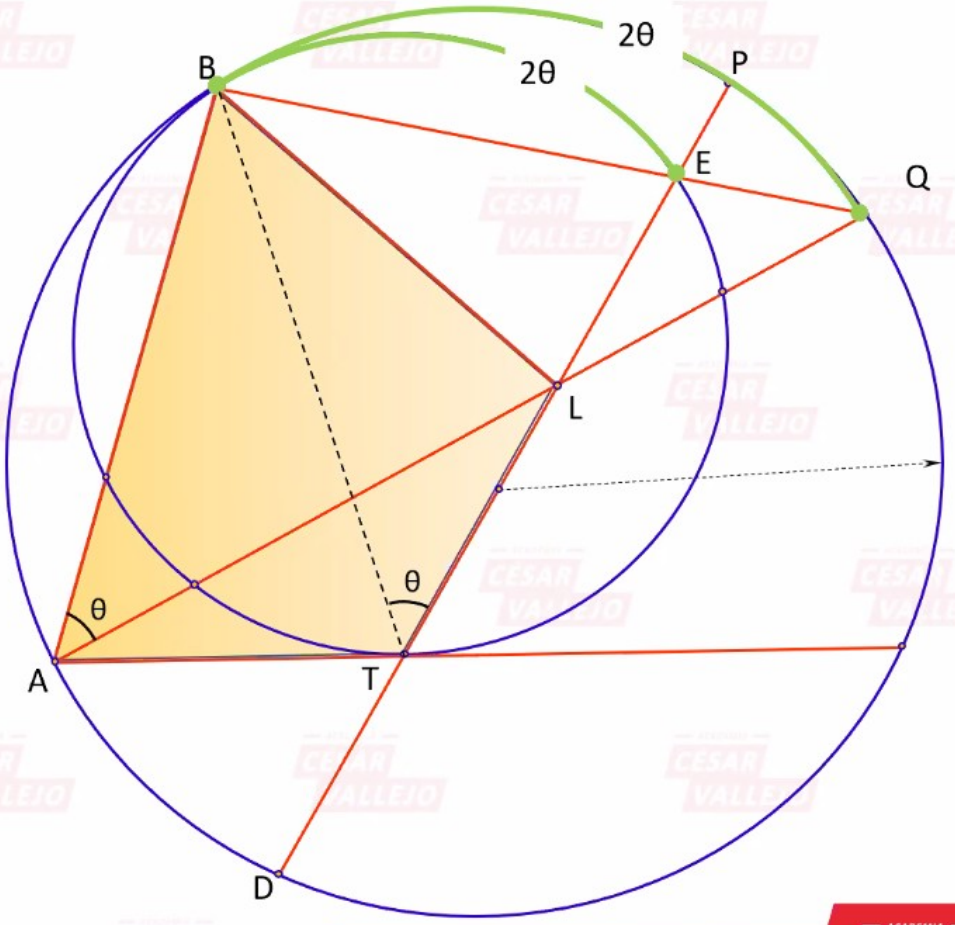
$$m\measuredangle BTE = \theta$$

- En la circunferencia mayor , por ángulo inscrito :

$$m\measuredangle BAQ = \theta$$

- Finalmente :

$\therefore$ El cuadrilátero ABLT es inscriptible

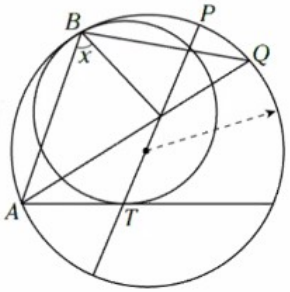


Grabando

CICLO REPASO UNI

PROBLEMA 13

Según el gráfico, B y T son puntos de tangencia, $m\widehat{PQ}=20°$. Calcule x.



A) 60°

B) 50°

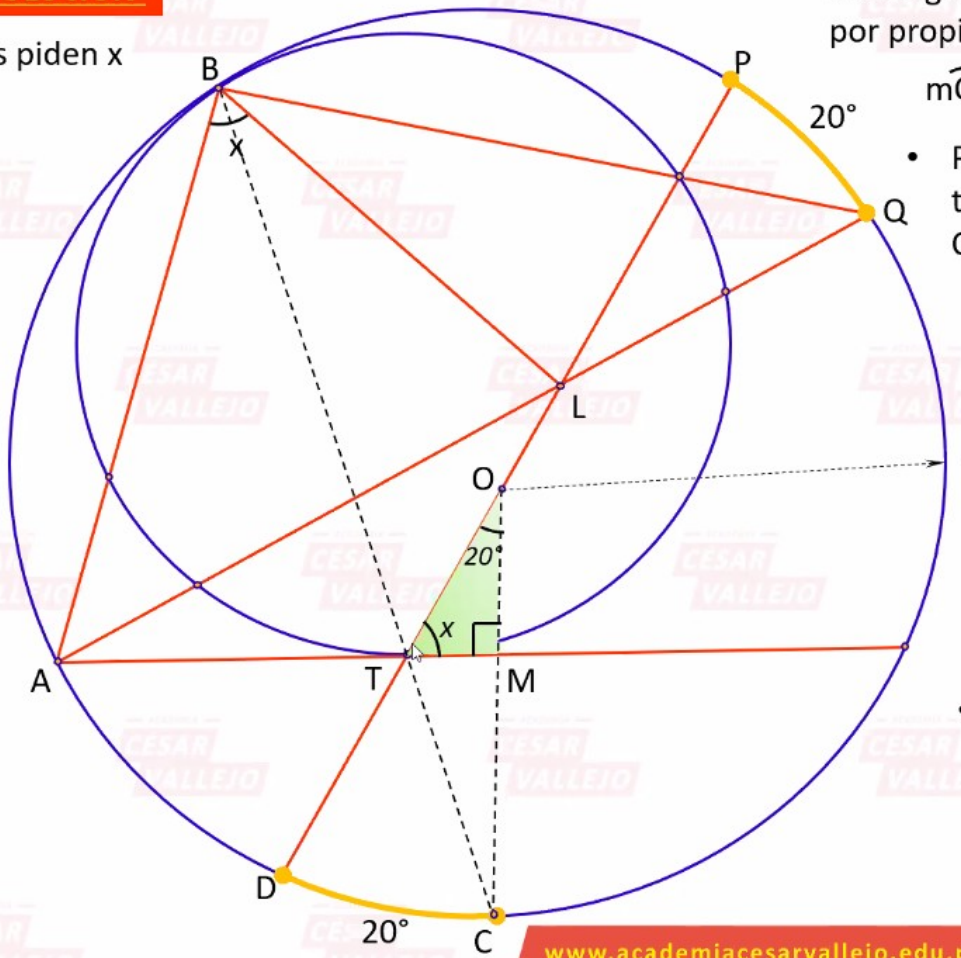
C) 70°

D) 80°

E) 75°

RESOLUCION

Nos piden x



- Prolongamos BT hasta C , por propiedad :

$$m\widehat{CD} = m\widehat{PQ} = 20°$$

- Por propiedad , trazamos el radio OC.
- Por ángulo central:

$$m\measuredangle COD = 20°$$

- Sabemos que, el cuadrilátero ABLT es inscriptible:

$$m\measuredangle OTM = x$$

- En el $\triangle OMT$:

$$\therefore\ x = 70°$$

Clave C

www.academiacesarvallejo.edu.pe

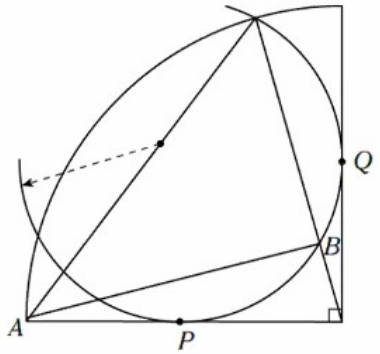
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Grabando

CICLO REPASO UNI

PROBLEMA 14

Según el gráfico, P y Q son puntos de tangencia. Calcule $m\overset{\frown}{AB}$.



A) 100° B) 120° C) 90°
D) 80° E) 75°

RESOLUCION

Nos piden $m\overset{\frown}{AB} = x$

- En el cuadrante CMD, CM y EM son radios:

$$m\measuredangle ECM = m\measuredangle CEM = \theta$$

- En la circunferencia, trazamos el radio OB , OE = OB :

$$m\measuredangle OBE = m\measuredangle OEB = \theta$$

- En el cuadrilátero inscriptible OBMC , trazamos OM :

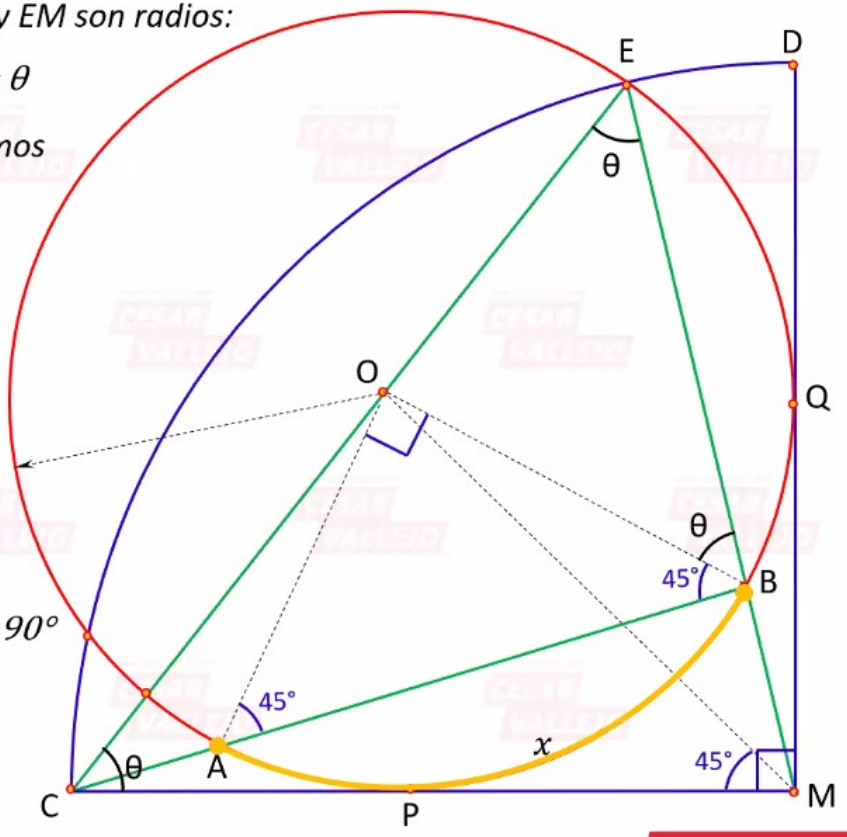
$$m\measuredangle OBC = m\measuredangle OMC = 45°$$

- En la circunferencia, trazamos el radio OA :

$$m\measuredangle OAB = 45°, \quad m\measuredangle AOB = 90°$$

- Finalmente , por $\measuredangle$ central :

$$\therefore x = 90°$$



Clave C

www.academiacesarvallejo.edu.pe
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO